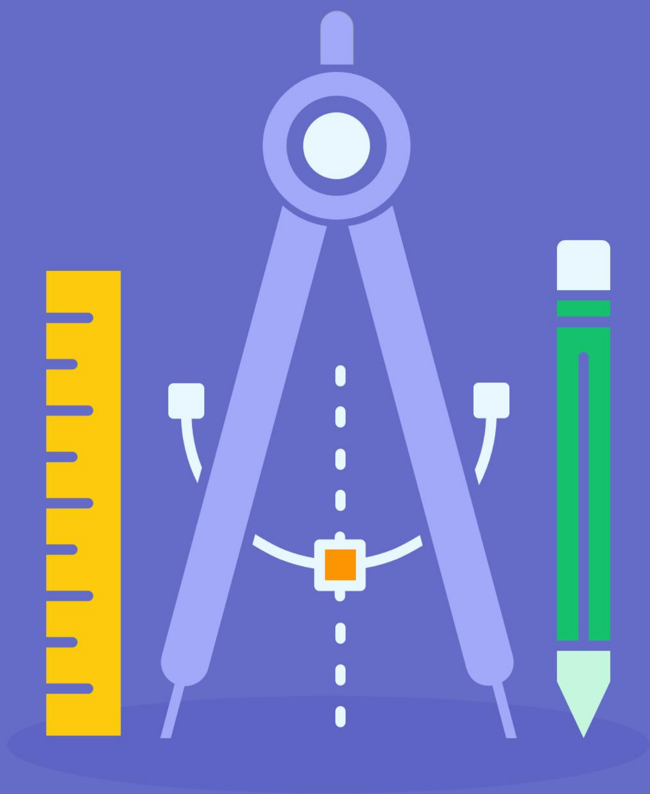
懂你教育
DONG NI EDUCATION
懂 教 育 · 更 懂 你

精准复习指导　自主高效练习

个性化成长手册

数 学
Math



错题订正　举一反三　针对练习　减负增效

学校：[redacted]

班级：[redacted]

姓名：[redacted]

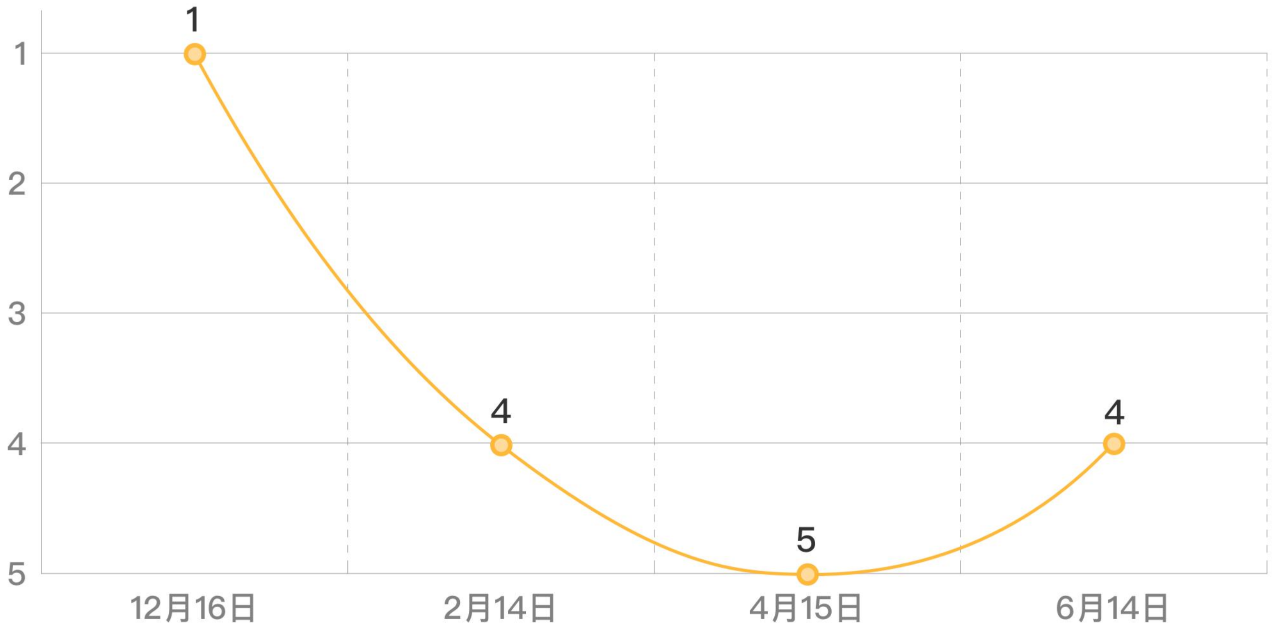
数学成长记录

[redacted]同学你好，您在高三复读班数学考试中，数学成绩46分（满分150分），测验14道错题（共22道题）。学无止境，请继续加油哦！

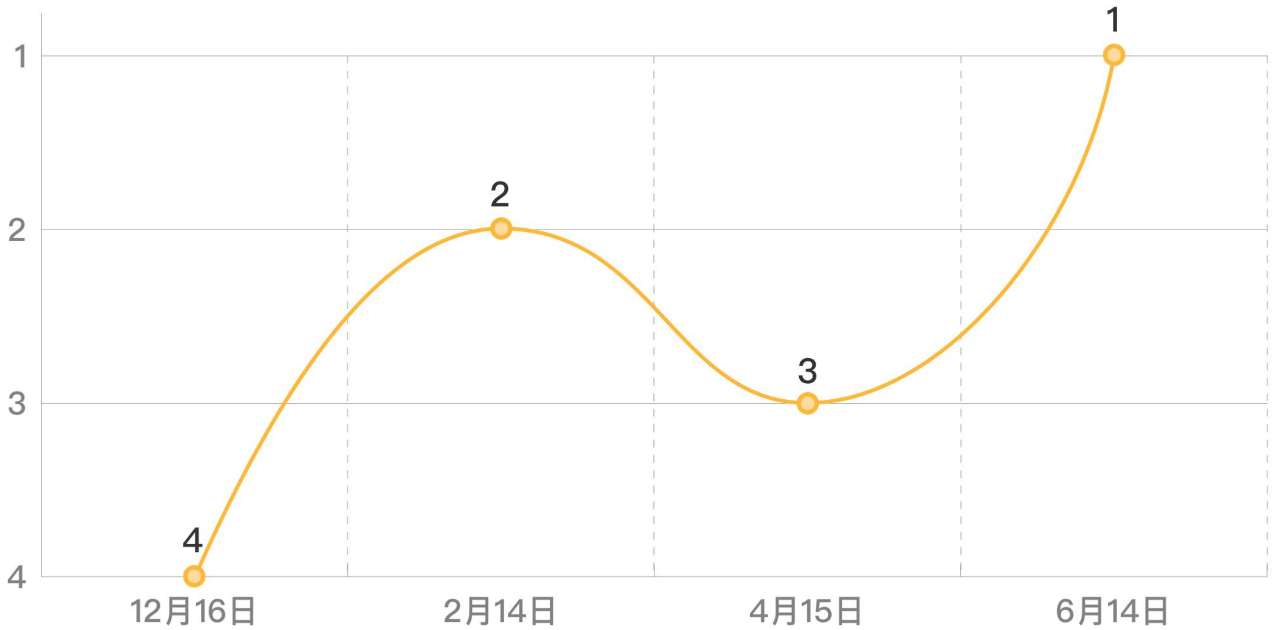
排名趋势

看一看成绩是否波动，进退步情况

年级排名



班级排名



注：排名信息由学校管理员选择是否向家长学生公布

失分分析

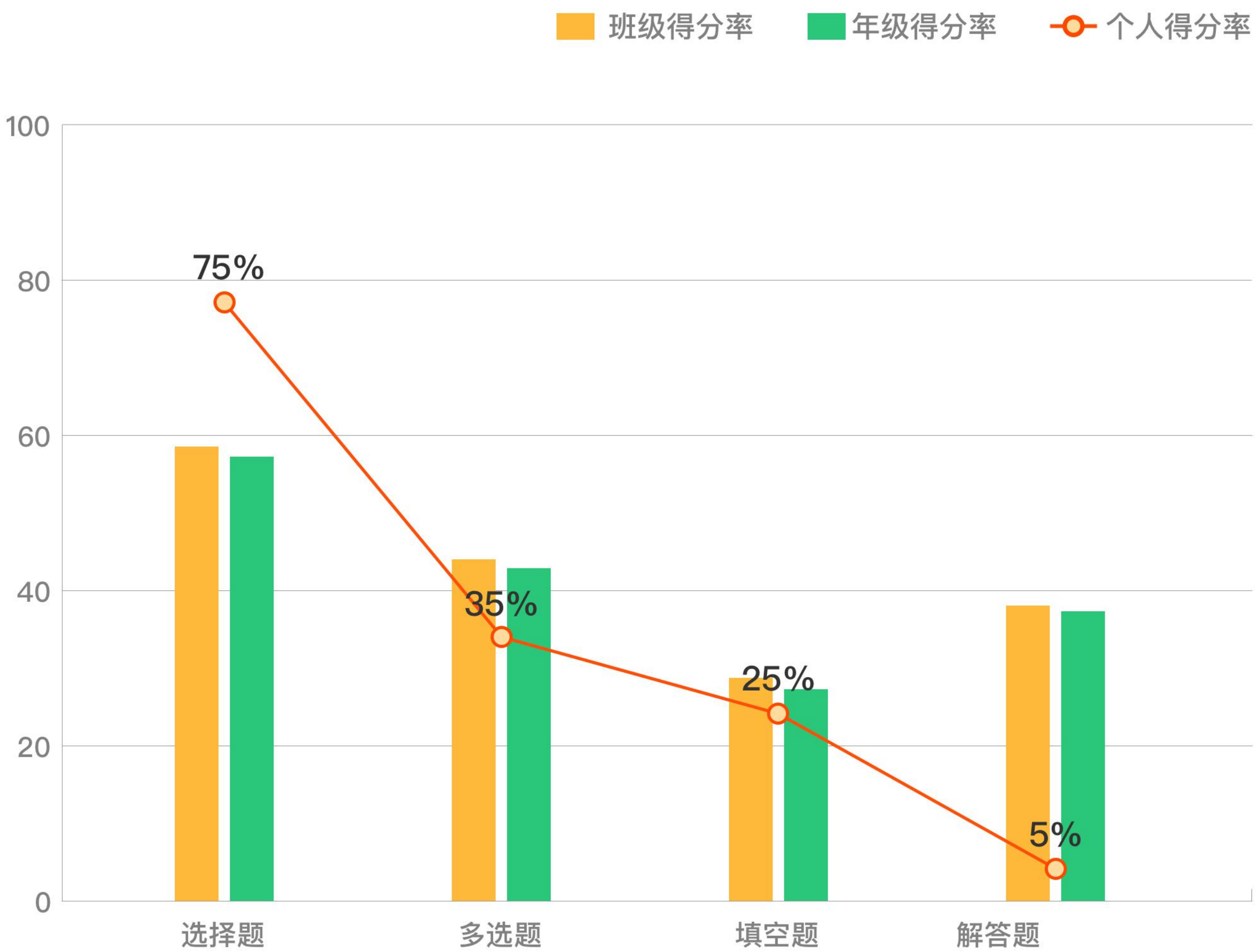
定位失分类型

简单题	中档题	困难题
0失分 / 10总分	35失分 / 57总分	69失分 / 83总分

您的中档题失分较多,请加强知识点应用。

题型分析

了解各题得分情况



您的选择题得分率高于班级和年级,请继续保持!

您的多选题,填空题,解答题得分率低于班级和年级,提升空间很大哦!

知识点掌握情况

基础巩固

知识点	层次	掌握度	题号
交、并、补集运算	基础巩固	100%	1
复数的乘除运算	基础巩固	100%	2

固本提升

知识点	层次	掌握度	题号
函数的奇偶性	固本提升	0%	9
二项式定理的通项	固本提升	0%	4
平面向量数量积的坐标运算	固本提升	0%	5
二次不等式的解法	固本提升	0%	17
三角形的面积公式	固本提升	17%	18
正弦定理	固本提升	17%	18
余弦定理	固本提升	17%	18
函数的定义域的概念与求法	固本提升	100%	10
函数的值域的概念与求法	固本提升	100%	10
对数函数及其性质	固本提升	100%	10
均值不等式的应用	固本提升	100%	13
充分条件与必要条件	固本提升	100%	3
抛物线中的弦长与面积	固本提升	100%	6

攻坚克难

知识点	层次	掌握度	题号
等比数列的基本概念与性质	攻坚克难	0%	19
错位相减法	攻坚克难	0%	19
等差数列的基本概念与性质	攻坚克难	0%	19
球的表面积与体积	攻坚克难	0%	16
直线与平面垂直关系的性质	攻坚克难	0%	21
二面角	攻坚克难	0%	21
利用导数研究函数的单调性	攻坚克难	0%	20
利用导数求函数的切线方程	攻坚克难	0%	14
两角和与差的正切	攻坚克难	0%	15
二倍角公式	攻坚克难	0%	15
函数的表示方法	攻坚克难	0%	12
分层抽样	攻坚克难	17%	22
独立性检验	攻坚克难	17%	22
离散型随机变量的数字特征	攻坚克难	17%	22
函数的周期性	攻坚克难	40%	11
Asin(ωx+ψ)形式函数的性质	攻坚克难	100%	8
对数函数及其性质	攻坚克难	100%	7
指数函数及其性质	攻坚克难	100%	7

错题巩固

理综 （错题14个）

知识点:

二项式定理的通项

第1题 （得0分/共5分，班级均分2.88分，班级得分率57.69%，试卷题号4）

$(2-\sqrt{x})^8$ 的展开式中 x^4 的系数为 ______

A 16 B 8 C 2 D 1

【错题订正】

【类题推荐】 1.1

在 $\left(1+2x-x^2\right)^4$ 展开式中，x^7 的系数是 ______

A −8 B 12 C 6 D −12

【类题推荐】 1.2

$\left(2-x^3\right)(x+a)^5$ 的各项系数和为32，则该展开式中 x^4 的系数是 ______

A −8 B 12 C 6 D −12

我的错因:

不会做 ☐

审题不清 ☐

思路错误 ☐

概念模糊 ☐

运算错误 ☐

知识点:

平面向量数量积的坐标运算

第2题 （得0分/共5分，班级均分3.65分，班级得分率73.08%，试卷题号5）

已知向量 $\vec{a}=(x,2)$，$\vec{b}=(2,y)$，$\vec{c}=(2,-4)$，且 $\vec{a}//\vec{c}$，$\vec{b}\perp\vec{c}$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$ ______

A 3 B $\sqrt{10}$

C $\sqrt{11}$ D $2\sqrt{3}$

【错题订正】

【类题推荐】 2.1

边长为 2 的正三角形 ABC 内（包括三边）有点 P，$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=1$，求 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的范围______.

【类题推荐】 2.2

已知向量 $\vec{a}=\left(\frac{3}{2},1\right)$，$\vec{b}=\left(-\frac{1}{2},4\right)$，则（ ）

A $\vec{a}\parallel\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$ B $\vec{a}\perp\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$

C $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\parallel\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ D $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$

我的错因:

不会做 ☐

审题不清 ☐

思路错误 ☐

概念模糊 ☐

运算错误 ☐

知识点:

函数的奇偶性

第3题 (得0分/共5分，班级均分2.69分，班级得分率53.85%，试卷题号9)

定义在R上的函数f(x)是奇函数，且当x＞0时，$f(x)=e^x+1$，则(　　　　)

A　当x＜0时，$f(x)=-e^{-x}-1$

B　当x＜0时，$f(x)=e^{-x}-1$

C　f(0)=0

D　f(0)=1

【错题订正】

【类题推荐】 3.1

定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 对任意 x 满足 $f(x+\pi)=f(x)$，且当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$f(x)=\sin x$，则 $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ 的值为______.

【类题推荐】 3.2

已知函数 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x<0$ 时，$f(x)=x(x-1)$，则 $f(2)=($　　$)$

A　-6　　B　6　　C　-2　　D　2

我的错因:

不会做 ☐

审题不清 ☐

思路错误 ☐

概念模糊 ☐

运算错误 ☐

知识点:

函数的周期性

第4题 (得2分/共5分，班级均分1.38分，班级得分率27.69%，试卷题号11)

已知函数y=f(x - 1)的图象关于直线x= - 1对称，且对∀x∈R有f(x)+f(- x)=4．当x∈(0，2]时，f(x)=x+2．则下列说法正确的是(　　　　)

A　f(x)的周期T=8

B　f(x)的最大值为4

C　f(2021)=2

D　f(x+2)为偶函数

【错题订正】

【类题推荐】 4.1

已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 对任意实数 x 满足 $f(2+x)=f(x)$，$f(2-x)=f(x)$，且 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x^2+1$，则下列说法中，正确的是______

A　2 是 $f(x)$ 的周期

B　$x=-1$ 不是 $f(x)$ 图象的对称轴

C　$f(2021)=2$

D　方程 $f(x)=\frac{1}{2}|x|$ 只有 4 个实根

【类题推荐】 4.2

已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$，对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+6)=f(x)+f(3)$ 成立，若函数 $y=f(x+1)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，则 $f(2025)$ 等于______

A　0　　B　2025　　C　3　　D　-2013

我的错因:

不会做 ☐

审题不清 ☐

思路错误 ☐

概念模糊 ☐

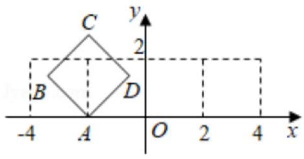
运算错误 ☐

知识点:

函数的表示方法

第5题 (得0分/共5分，班级均分1.81分，班级得分率36.15%，试卷题号12)

在平面直角坐标系xOy中，如图放置的边长为2的正方形ABCD沿x轴滚动(无滑动滚动)，点D恰好经过坐标原点，设顶点B(x，y)的轨迹方程是y=f(x)，则对函数 y=f(x)的判断正确的是 ________



A 函数y=f(x)是奇函数

B 对任意的x∈R，都有f(x+4)=f(x - 4)

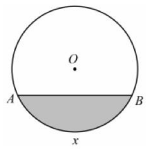
C 函数y=f(x)的值域为$[0,2\sqrt{2}]$

D 函数y=f(x)在区间[6，8]上单调递增

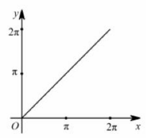
【错题订正】

【类题推荐】 5.1

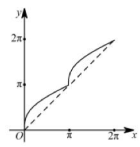
如图所示，单位圆中弧 AB 的长为 x，$f(x)$ 表示弧 AB 与弦 AB 所围成的弓形面积的 2 倍，则函数 $y=f(x)$ 的图象是



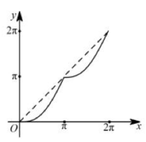
A



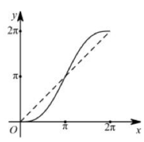
B



C

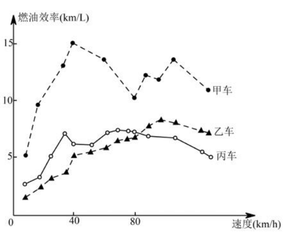


D



【类题推荐】 5.2

汽车的“燃油效率”，是指汽车每消耗 1 升汽油行驶的里程，下图描述了甲、乙、丙三辆汽车在不同速度下的燃油效率情况．下列叙述中正确的是 ________



A 消耗 1 升汽油，乙车最多可行驶 5 千米

B 以相同速度行驶相同路程，三辆车中，甲车消耗汽油最多

C 甲车以 80 千米/小时的速度行驶 1 小时，消耗 10 升汽油

D 某城市机动车最高限速 80 千米/小时．相同条件下，在该市用丙车比用乙车更省油

我的错因:

不会做

审题不清

思路错误

概念模糊

运算错误

知识点:

利用导数求函数的切线方程

第6题 (得0分/共5分，班级均分1.15分，班级得分率23.08%，试卷题号14)

曲线$y=(x+1)e^{x}$在点(0，1)处的切线方程为________

【错题订正】

【类题推荐】 6.1

过曲线 $S:y=3x-x^{3}$ 上一点 $A(2,-2)$ 的切线方程为______

A $y=-2$

B $y=2$

C $9x+y-16=0$

D $9x+y-16=0$ 或 $y=-2$

【类题推荐】 6.2

已知函数 $f(x)=x\ln x$，若直线 l 过点 $(0,-1)$，并且与曲线 $y=f(x)$ 相切，则直线 l 的方程为______.

我的错因:

不会做

审题不清

思路错误

概念模糊

运算错误

知识点:

两角和与差的正切，二倍角公式

第7题 (得0分/共5分，班级均分0.77分，班级得分率15.38%，试卷题号15)

若$\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{1-\cos 2\alpha}=1$，$\tan(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$，则$\tan\beta=$_____.

【错题订正】

【类题推荐】 7.1

设 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$，$\cos(\pi+\beta)=-\frac{4}{5}$，$\beta\in(0,\pi)$，则 $\tan(2\alpha-\beta)$ 的值为

(　　)

A $-\frac{7}{24}$

B $-\frac{5}{24}$

C $\frac{5}{24}$

D $\frac{7}{24}$

【类题推荐】 7.2

若 $\cos\theta=-\frac{4}{5}$，且 θ 为第三象限角，则 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值等于 (　　)

A $\frac{1}{7}$

B $-\frac{1}{7}$

C -7

D 7

我的错因:

不会做

审题不清

思路错误

概念模糊

运算错误

知识点:

球的表面积与体积

第8题 （得0分/共5分，班级均分0.08分，班级得分率1.54%，试卷题号16）

在四面体S - ABC中，SA=SB=2，且SA⊥SB，$BC=\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{3}$，则该四面体体积的最大值为_____，该四面体外接球的表面积为_____.

【错题订正】

我的错因:

不会做 ☐

审题不清 ☐

思路错误 ☐

概念模糊 ☐

运算错误 ☐

【类题推荐】 8.1

《九章算术》中，将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马；将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑．若三棱锥 $P-ABC$ 为鳖臑，$PA\perp$平面 ABC，$PA=AB=2$，$AC=4$，三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上，则球 O 的表面积为（　　）

A　8π　　B　12π　　C　20π　　D　24π

【类题推荐】 8.2

已知正方体的所有顶点在一个球面上，若这个球的表面积为 12π，则这个正方体的体积为_______.

知识点:

二次不等式的解法

第9题 （得0分/共10分，班级均分4.73分，班级得分率47.31%，试卷题号17）

已知函数$f(x)=x^2-ax-a-1$，a∈R.

（1） 若关于x的不等式f(x)≤0的解集为[－1，2]，求a的值；

（2） 解关于x的不等式f(x)≤0.

【错题订正】

【类题推荐】 9.1

已知关于 x 的不等式 $-3x^2+2ax+4>0$.

（1） 当 $a=2$ 时，求此不等式的解集.

（2） 若此不等式的解集为 $(-4,m)$，求实数 a，m 的值.

【类题推荐】 9.2

已知函数 $y=ax^2-(2a+1)x+2$.

（1） 当 $a=2$ 时，解关于 x 的不等式 $y\leqslant 0$；

（2） 若 $a>0$，解关于 x 的不等式 $y\leqslant 0$.

我的错因:

- 不会做 ☐
- 审题不清 ☐
- 思路错误 ☐
- 概念模糊 ☐
- 运算错误 ☐

知识点:

正弦定理，余弦定理，三角形的面积公式

第10题 （得2分/共12分，班级均分6.54分，班级得分率54.49%，试卷题号18）

在△ABC中，a，b，c分别为内角A，B，C的对边，且满足 $(b-a)(\sin B+\sin A)=c(\sqrt{3}\sin B-\sin C)$.

（1） 求A的大小；

（2） 若a=2，$c=\sqrt{3}b$，求△ABC的面积.

【错题订正】

【类题推荐】 10.1

已知函数 $f(x)=2\cos x\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$.

（1） 求 $f(x)$ 的最小正周期；

（2） 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $f(C)=1$，$\sin B=2\sin A$，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 c 的值.

【类题推荐】 10.2

在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，$\cos 2C+2\sqrt{2}\cos C+2=0$.

（1） 求角 C 的大小；

（2） 若 $b=\sqrt{2}a$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}\sin A\sin B$，求 $\sin A$ 及 c 的值.

我的错因:

- 不会做 ☐
- 审题不清 ☐
- 思路错误 ☐
- 概念模糊 ☐
- 运算错误 ☐

知识点:

等差数列的基本概念与性质，等比数列的基本概念与性质，错位相减法

我的错因:

不会做

审题不清

思路错误

概念模糊

运算错误

第11题 （得0分/共12分，班级均分4.12分，班级得分率34.29%，试卷题号19）

已知数列$\{a_n\}$为公差不为0的等差数列，且$a_2=3$，a_1，a_2，a_5成等比数列.

（1） 求数列$\{a_n\}$的通项公式;

（2） 设S_n为数列$\{a_n+2\}$的前n项和，$b_n=\frac{1}{S_n}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

【错题订正】

【类题推荐】 11.1

已知函数 $f(x)=2\sin(\pi x+\varphi)(\varphi\in(0,\pi))$ 图象的一条对称轴方程为 $x=\frac{1}{6}$.

（1） 求 φ 的值，并求函数 $f(x)$ 的单调增区间;

（2） 若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴在原点右侧的交点横坐标从左到右组成一个数列 $\{a_n\}$，求数列 $\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 S_n.

【类题推荐】 11.2

在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3=8$，$a_7=a_2+a_4$.

（1） 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

（2） 设 $b_n=\frac{1}{na_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

知识点:

利用导数研究函数的单调性

第12题 (得0分/共12分，班级均分2.81分，班级得分率23.40%，试卷题号20)

已知函数$f(x)=2x^3-ax^2+b$. 讨论$f(x)$的单调性；

【错题订正】

【类题推荐】 12.1

设函数 $f(x)=x^3+bx^2+cx(x\in\mathbf{R})$，已知 $g(x)=f(x)-f'(x)$ 是奇函数.

（1） 求 b，c 的值；

（2） 求 $g(x)$ 的单调区间.

【类题推荐】 12.2

已知函数 $f(x)=x^2-a\ln x$，$g(x)=(a-2)x+b$，（$a,b\in\mathbf{R}$）.

（1） 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与 y 轴垂直，求 a 的值；

（2） 讨论 $f(x)$ 的单调性；

（3） 若关于 x 的方程 $f(x)=g(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上有两个不相等的实数根 x_1，x_2，证明：$x_1+x_2>a$.

我的错因:

- 不会做 ☐
- 审题不清 ☐
- 思路错误 ☐
- 概念模糊 ☐
- 运算错误 ☐

知识点:

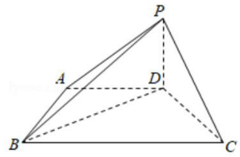
直线与平面垂直关系的性质，二面角

第13题 (得0分/共12分，班级均分3.81分，班级得分率31.73%，试卷题号21)

如图，在四棱锥P - ABCD中，PD⊥底面ABCD，AD//BC，∠ABC=90°，∠BCD=45°，BC=2AD.

（1） 求证：BD⊥PC；

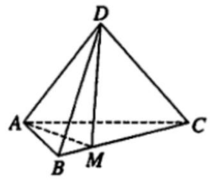
（2） 若PC=BC，求平面PAD和平面PBC所成的角(锐角)的余弦值.



【错题订正】

【类题推荐】 13.1

如图，在三棱锥 $D-ABC$ 中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，$DA=DC=AC=4$，平面 ADC ⊥平面 ABC，点 M 在棱 BC 上.

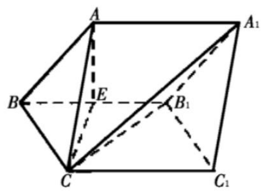


（1） 若 M 为 BC 的中点，证明：$BC\perp DM$；

（2） 若 DC 与平面 DAM 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，求 AM.

【类题推荐】 13.2

如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BCC_1B_1 是菱形，$AC=BC=2$，$\angle CBB_1=\dfrac{\pi}{3}$，点 A 在平面 BCC_1B_1 上的投影为棱 BB_1 的中点 E.



（1） 求证：四边形 ACC_1A_1 为矩形；

（2） 求二面角 $E-B_1C-A_1$ 的平面角的余弦值.

我的错因:

不会做

审题不清

思路错误

概念模糊

运算错误

知识点:

分层抽样，独立性检验，离散型随机变量的数字特征

第14题 （得2分/共12分，班级均分5分，班级得分率41.67%，试卷题号22）

近年，国家逐步推行全新的高考制度．新高考不再分文理科，某省采用3+3模式，其中语文、数学、外语三科为必考科目，每门科目满分均为150分．另外考生还要依据想考取的高校及专业的要求，结合自己的兴趣爱好等因素，在思想政治、历史、地理、物理、化学、生物6门科目中自选3门参加考试(6选3)，每门科目满分均为100分．为了应对新高考，某高中从高一年级1000名学生(其中男生550人，女生450人)中，采用分层抽样的方法从中抽取n名学生进行调查，其中，女生抽取45人．

(1) 求n的值；

(2) 学校计划在高一上学期开设选修中的“物理”和“地理”两个科目，为了了解学生对这两个科目的选课情况，对抽取到的n名学生进行问卷调查(假定每名学生在“物理”和“地理”这两个科目中必须选择一个科 目且只能选择一个科目)，下表是根据调查结果得到的一个不完整的2×2列联表，请将下面的2×2列联表补充完整，并判断是否有99%的把握认为选择科目与性别有关？说明你的理由；

	选择“物理”	选择“地理”	总计
男生		10	
女生	25		
总计			

(3) 在抽取到的45名女生中，按(2)中的选课情况进行分层抽样，从中抽出9名女生，再从这9名女生中抽取4人，设这4人中选择“物理”的人数为X，求X的分布列及期望．

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$，n=a+b+c+d

$P(K^2\geq k_0)$	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

我的错因:

不会做

审题不清

思路错误

概念模糊

运算错误

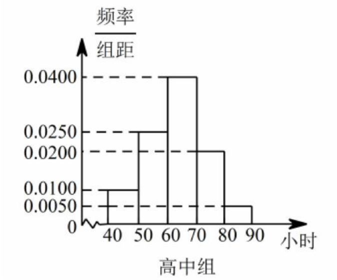
【错题订正】

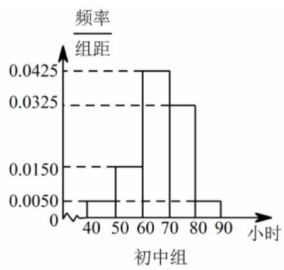
【类题推荐】 14.1

某中学高中部有 300 名学生，初中部有 200 名学生．为了研究学生“周平均学习时间”是否与年级组有关．现采用分层抽样的方法，从中抽取 名学生，先统计了他们某学期的周平均学习时间，然后按“初中组”和“高中组”分为两组，
再将两组学生的周平均学习时间分成 5 组：[40,50)，[50,60)，[60,70)， [70,80)， 分别加以统计，得到如图所示的频率分布直方图． 附：

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828





(1) 求高中部学生的“周平均学习时间”；

(2) 规定“周平均学习时间”不少于 小时者为“学霸”，请你根据已知条件完成 的列联表，并判断是否有的把握认为“学霸”与学生所在的年级组有关?

(3) 从样本中周平均学习时间不足 50 小时的学生随机抽取 人，求抽到“初中组”学生人 X 的分布列与数学期望.

【类题推荐】 14.2

目前，学案导学模式已经成为教学中不可或缺的一部分，为了了解学案的合理使用是否对学生的期末复习有着重要的影响，我校随机抽取 100 名学生，对学习成绩和学案使用程度进行了调查，统计数据如表所示：

	善于使用学案	不善于使用学案	总计
学习成绩优秀	40		
学习成绩一般		30	
总计			100

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$． 参考数据：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

已知随机抽查这 100 名学生中的一名学生，抽到善于使用学案的学生概率是 0.6

(1) 请将上表补充完整（不用写计算过程）；

(2) 试运用独立性检验的思想方法分析：有多大的把握认为学生的学习成绩与对待学案的使用态度有关?

(3) 利用分层抽样的方法从善于使用学案的同学中随机抽取 6 人，从这 6 人中抽出 3 人继续调查，设抽出学习成绩优秀的人数为 X ，求 X 的分布列和数学期望.

第1题 D

【解析】略

类题推荐1.2 A

【解析】x^7 项系数为 $C_4^0C_4^1 2^1(-1)^3=-8$.

类题推荐2.2 A

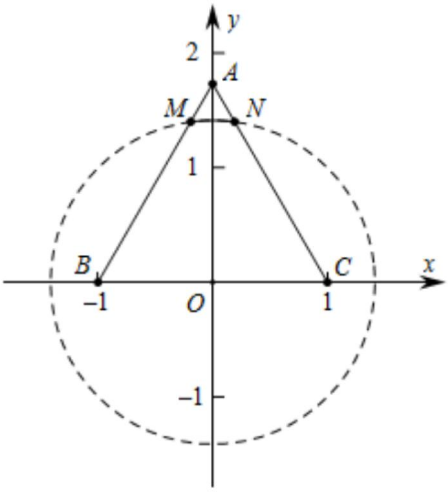
【解析】因为 $(2-x^3)(x+a)^5$ 的展开式的各项系数和为 32， 则 $(2-1)(1+a)^5=32$，所以 $a=1$， 该展开式中 x^4 的系数是 $2\cdot C_5^1\cdot a-1\cdot C_5^4\cdot a^4=10a-5a^4=5$.

第2题 B

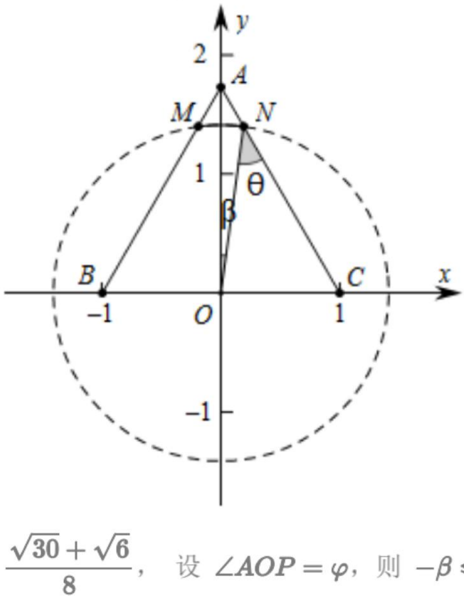
【解析】略

类题推荐2.1 $\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2},3-\sqrt{5}\right]$

【解析】以 BC 中点 O 为原点，BC 所在的直线为 x 轴，建立如图所示的坐标系.



因为正三角形 ABC 边长为 2，所以 $B(-1,0)$，$A\left(0,\sqrt{3}\right)$，$C(1,0)$， 设 P 的坐标为 (x,y)，所以 $\overrightarrow{PB}=(-1-x,-y)$，$\overrightarrow{PC}=(1-x,-y)$， 所以 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=x^2-1+y^2=1$，即点 P 在 $x^2+y^2=2$ 的圆弧即 $\overparen{MN}$ 上， 如图可以求出



$\sin\theta=\frac{\sqrt{6}}{4}$，$\cos\theta=\frac{\sqrt{10}}{4}$； $\beta=\theta-\frac{\pi}{6}$，

$\sin\beta=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{8}$，$\cos\beta=\frac{\sqrt{30}+\sqrt{6}}{8}$， 设 $\angle AOP=\varphi$，则 $-\beta\leqslant\varphi\leqslant\beta$，

$P\left(\sqrt{2}\sin\varphi,\sqrt{2}\cos\varphi\right)$，$\overrightarrow{AP}=\left(\sqrt{2}\sin\varphi,\sqrt{2}\cos\varphi-\sqrt{3}\right)$， 又 $\overrightarrow{AB}=\left(-1,-\sqrt{3}\right)$，所以 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=-\sqrt{2}\sin\varphi-\sqrt{6}\cos\varphi+3$，$-\beta\leqslant\varphi\leqslant\beta$， 当 $\varphi=-\beta$ 时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 最大，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{2}\right)\times\left(-\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{8}\right)-\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{30}+\sqrt{6}}{8}+3=3-\sqrt{5}$； 当 $\varphi=\beta$ 时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 最小，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{2}\right)\times\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{10}}{8}-\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{30}+\sqrt{6}}{8}+3=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$． 所以 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的范围是 $\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2},3-\sqrt{5}\right]$.

类题推荐2.2 B

【解析】因为向量 $\vec{a}=\left(\frac{3}{2},1\right)$，$\vec{b}=\left(-\frac{1}{2},4\right)$， 所以 $\vec{a}-\vec{b}=(2,-3)$， 故 $\vec{a}$ 和 $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$ 不共线，故A错误； 因为 $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\frac{3}{2}\times2+1\times(-3)=0$，故 $\vec{a}\perp\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，故B正确； 因为 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=(1,5)$， 因为 $\frac{2}{1}\neq\frac{-3}{5}$，故 $\vec{a}-\vec{b}$ 和 $\vec{a}+\vec{b}$ 不平行，故C错误； 因为 $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=2\times1+(-3)\times5\neq0$，故 $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$ 和 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ 不垂直，故D错误.

第3题 A、C

【解析】略

类题推荐3.1 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】因为 $f(x+\pi)=f(x)$，所以函数是以 π 为周期的周期函数， 又因为 $f(x)$ 为偶函数，所以 $f(-x)=f(x)$， 因为当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$f(x)=\sin x$， 所以 $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=f\left(\frac{5\pi}{3}-2\pi\right)=f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$， 故 $f\left(\frac{5\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

类题推荐3.2 A

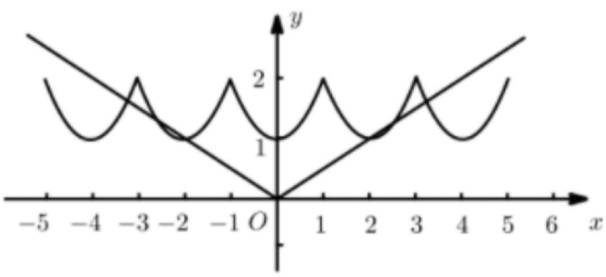
【解析】根据题意，当 $x<0$ 时，$f(x)=x(x-1)$， 则 $f(-2)=(-2)(-2-1)=6$， 又由 $f(x)$ 为奇函数， 则 $f(2)=-f(-2)=-6$.

第4题 A、B、D

【解析】略

类题推荐4.1 A、C

【解析】A选项：因为定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 对任意实数 x 满足 $f(2+x)=f(x)$， 所以函数 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数， 故A项正确. B选项：因为 $f(2-x)=f(x)$， 所以 $f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称， 又 $f(x)$ 是周期函数，周期为 2， 所以 $f(x)$ 关于直线 $x=-1$ 对称， 故B项错误. C选项：$f(2021)=f(1)=2$， 故C项正确. D选项：在同一坐标系中分别作出函数 $y=f(x)$ 与 $y=\frac{1}{2}|x|$ 的图象，如图所示：



由图象可知两函数图象共有 6 个不同的交点， 则方程 $f(x)=\frac{1}{2}|x|$ 有 6 个实根， 故D项错误.

类题推荐4.2　A

第5题　B、C、D

【解析】略

类题推荐5.1　D

【解析】因为圆的半径为 1，所以阴影弓形所对扇形的圆心角的弧度数为 x，故 $f(x)=2\left(\frac{1}{2}\cdot x\cdot 1^2-\frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot\sin x\right)=x-\sin x$．当 $0<x<\pi$ 时，$x-\sin x<x$，所以图象在直线 $y=x$ 的右下方；当 $\pi<x<2\pi$ 时，$x-\sin x>x$，所以图象在直线 $y=x$ 的左上方，即可得到答案． 也可以根据 $f'(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上单增且恒正，在 $(\pi,2\pi)$ 上单减且恒正，所以在 $(0,\pi)$ 上 $f(x)$ 增长的越来越快，在 $(\pi,2\pi)$ 上 $f(x)$ 增长的越来越慢.

类题推荐5.2　D

【解析】乙车的燃油效率可以大于 5，即消耗 1 升汽油可以行驶大于 5 千米的路程，故A错误；以相同的速度行驶相同的里程，甲车的燃油消耗率最高，因此以相同的的速度行驶相同的里程，甲车的消耗汽油最少，B错误；甲车以 80 千米/小时的速度行驶时燃油效率为 10 千米/升，行驶 1 小时，里程为 80 千米，消耗 8 升汽油，故C错误；最高限速 80 千米/小时，丙车的燃油效率比乙车高，因此在相同的条件下，在该市用丙车比用乙车更省油，所以D正确.

第6题　y=2x+1

【解析】略

类题推荐6.1　D

【解析】当点 A 为切点时，所求的切线方程为 $9x+y-16=0$，而当 A 点不是切点时，所求的切线方程为 $y=-2$.

类题推荐6.2　$x-y-1=0$

【解析】因为点 $(0,-1)$ 不在曲线 $f(x)=x\ln x$ 上， 所以设切点为 (x_0,y_0)． 又因为 $f'(x)=1+\ln x$，所以直线 l 的方程为 $y+1=(1+\ln x_0)x$． 所以由 $\begin{cases}y_0=x_0\ln x_0,\\ y_0+1=(1+\ln x_0)x_0,\end{cases}$ 解得 $x_0=1$，$y_0=0$． 所以直线 l 的方程为 $y=x-1$，即 $x-y-1=0$.

第7题　$\frac{1}{7}$

【解析】略

类题推荐7.1　D

类题推荐7.2　D

【解析】因为 $\cos\theta=-\frac{4}{5}$，θ 为第三象限角，所以 $\sin\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}=-\frac{3}{5}$，所以 $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{3}{4}$，所以 $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\theta+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\theta\cdot\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\frac{3}{4}+1}{1-\frac{3}{4}}=7$.

第8题　$\frac{\sqrt{30}}{6}$，8π

【解析】略

类题推荐8.1　C

类题推荐8.2　8

类题推荐9.1 a=1

【解析】函数$f(x)=x^2-ax-a-1$，不等式f(x)≤0化为$x^2-ax-a-1\le 0$，
因为不等式f(x)≤0的解集为[﹣1，2]，所以方程$x^2-ax-a-1=0$的根为﹣1和2，
所以$\begin{cases}-1+2=a\\-1\times 2=-a-1\end{cases}$，解得a=1.

类题推荐9.2 当a＞﹣2时，不等式的解集为[﹣1，a+1]；
当a=﹣2时，不等式的解集为{﹣1}；
当a＜﹣2时，不等式的解集为[a+1，﹣1].

【解析】由$x^2-ax-a-1=0$，得(x﹣a﹣1)(x+1)=0，
所以方程的两根为x=a+1或x=﹣1.
当a+1＞﹣1时，即a＞﹣2时，不等式f(x)≤0的解集为[﹣1，a+1]；
当a+1=﹣1时，即a=﹣2时，不等式f(x)≤0的解集为{﹣1}；
当a+1＜﹣1时，即a＜﹣2时，不等式f(x)≤0的解集为[a+1，﹣1].
综上所述：当a＞﹣2时，不等式的解集为[﹣1，a+1]；
当a=﹣2时，不等式的解集为{﹣1}；
当a＜﹣2时，不等式的解集为[a+1，﹣1].

类题推荐9.1.1 $\left\{x\middle|-\frac{2}{3}<x<2\right\}$

类题推荐9.1.2 $m=\frac{1}{3}$，$a=-\frac{11}{2}$

类题推荐9.2.1 当 $a=2$ 时，$y\leqslant 0\Rightarrow 2x^2-5x+2\leqslant 0$， 可得 $(2x-1)(x-2)\leqslant 0$, 所以 $\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 2$， 所以 $y\leqslant 0$ 的解集为 $\left[\frac{1}{2},2\right]$.

类题推荐9.2.2 不等式 $y\leqslant 0$ 可化为 $ax^2-(2a+1)x+2\leqslant 0$, 即 $a\left(x-\frac{1}{a}\right)(x-2)\leqslant 0$. ①当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，有 $\frac{1}{a}>2$，解得 $2\leqslant x\leqslant\frac{1}{a}$； ②当 $a=\frac{1}{2}$ 时，有 $\frac{1}{a}=2$，解得 $x=2$； ③当 $a>\frac{1}{2}$ 时，有 $\frac{1}{a}<2$，解得 $\frac{1}{a}\leqslant x\leqslant 2$. 综上，①当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，不等式的解集为 $\left[2,\frac{1}{a}\right]$； ②当 $a=\frac{1}{2}$ 时，不等式的解集为 $\{2\}$； ③当 $a>\frac{1}{2}$ 时，不等式的解集为 $\left[\frac{1}{a},2\right]$.

类题推荐10.1 $A=\frac{\pi}{6}$

$$\begin{aligned}f(x)&=2\cos x\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right)\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1+\cos 2x}{2}\\&=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\pi$

类题推荐10.2 $S=\sqrt{3}$

【解析】由余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，得$4=b^2+3b^2-3b^2$，
则$b^2=4$，所以b=2.
所以$c=2\sqrt{3}$，
所以△ABC的面积$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$.

类题推荐10.1.1

$$\begin{aligned}f(x)&=2\cos x\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right)\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1+\cos 2x}{2}\\&=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\pi$.

类题推荐10.2.1

因为 $\cos 2C+2\sqrt{2}\cos C+2=0$， 所以 $2\cos^2 C+2\sqrt{2}\cos C+1=0$， 即 $\left(\sqrt{2}\cos C+1\right)^2=0$ ， 所以 $\cos C=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， 因为 $0<\angle C<\pi$， 所以 $\angle C=\dfrac{3\pi}{4}$.

类题推荐10.2.2

因为 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=3a^2+2a^2=5a^2$， 所以 $c=\sqrt{5}a$， 所以 $\sin C=\sqrt{5}\sin A$， 所以 $\sin A=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\sin C=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$， 因为 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin A\sin B$， 所以 $\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin A\sin B$， 所以 $\dfrac{a}{\sin A}\cdot\dfrac{b}{\sin B}\cdot\sin C=\left(\dfrac{c}{\sin C}\right)^2\sin C=\sqrt{2}$， 所以 $c=\sqrt{\sqrt{2}\cdot\sin C}=1$.

类题推荐11.1

$a_n=1+2(n-1)=2n-1$，$n\in N^*$

【解析】由题意，设等差数列$\{a_n\}$的公差为d(d≠0)，则

$$\begin{cases}a_1+d=3\\(a_1+d)^2=a_1(a_1+4d)\end{cases}，解得\begin{cases}a_1=1\\d=2\end{cases}.$$

∴数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=1+2(n-1)=2n-1$，$n\in N^*$.

类题推荐11.2

$T_n=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$

【解析】由(1)，可得$a_n+2=2n+1$，$n\in N^*$.

$$\therefore S_n=(a_1+2)+(a_2+2)+(a_3+2)+\ldots+(a_{n-1}+2)+(a_n+2)$$
$$=3+5+7+\cdots+(2n-1)+(2n+1)$$
$$=\frac{(2n+1+3)n}{2}=n^2+2n.$$
$$\therefore b_n=\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n^2+2n}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right),$$
$$\therefore T_n=b_1+b_2+b_3+\ldots+b_{n-1}+b_n$$
$$=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$$
$$=\frac{3}{4}-\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$$

类题推荐11.1.1

由 $\sin\left(\pi x+\dfrac{\pi}{3}\right)=0$， 得 $\pi x+\dfrac{\pi}{3}=n\pi$ 即 $x=n-\dfrac{1}{3}(n\in\mathbf{N}^*)$. 所以 $a_n=n-\dfrac{1}{3}=\dfrac{3n-1}{3}$. $\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{9}{(3n-1)(3n+2)}=3\times\left(\dfrac{1}{3n-1}-\dfrac{1}{3n+2}\right)$，

$$S_n=3\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)=3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3n+2}\right)=\frac{9n}{6n+4}.$$

类题推荐11.2.1

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则 $a_n=a_1+(n-1)d$. 因为 $\begin{cases}a_3=8,\\a_7=a_2+a_4.\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}a_1+2d=8,\\a_1+6d=a_1+d+a_1+3d.\end{cases}$ 解得 $a_1=4$，$d=2$， 所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n+2$.

类题推荐11.2.2

由题意知 $b_n=\dfrac{1}{na_n}=\dfrac{1}{2n(n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$， 所以

$$\begin{aligned}S_n&=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\\&=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\\&=\frac{n}{2n+2}.\end{aligned}$$

第12题 【解析】$f'(x)=6x^2-2ax=2x(3x-a)$.

令$f'(x)=0$，得x=0或$x=\frac{a}{3}$.

若a>0，则当$x\in(-\infty,0)\cup\left(\frac{a}{3},+\infty\right)$时，$f'(x)>0$；当$x\in\left(0,\frac{a}{3}\right)$时，$f'(x)<0$. 故$f(x)$在$(-\infty,0),\left(\frac{a}{3},+\infty\right)$单调递增，在$\left(0,\frac{a}{3}\right)$单调递减；

若a=0，$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$单调递增；

若a<0，则当$x\in\left(-\infty,\frac{a}{3}\right)\cup(0,+\infty)$时，$f'(x)>0$；当$x\in\left(\frac{a}{3},0\right)$时，$f'(x)<0$. 故$f(x)$在$\left(-\infty,\frac{a}{3}\right),(0,+\infty)$单调递增，在$\left(\frac{a}{3},0\right)$单调递减.

类题推荐12.1.1 因为 $f(x)=x^3+bx^2+cx$， 所以 $f'(x)=3x^2+2bx+c$， 所以

$g(x)=f(x)-f'(x)$

$=x^3+bx^2+cx-\left(3x^2+2bx+c\right)$ 因为 $g(x)$ 是奇函数， 所以 $b-3=0$，且 $g(0)=0$， 所

$=x^3+(b-3)x^2+(c-2b)x-c,$

以 $b=3$，$c=0$.

类题推荐12.1.2 由（1）知 $g(x)=x^3-6x$，从而 $g'(x)=3x^2-6$，当 $g'(x)>0$ 时，$x<-\sqrt{2}$ 或 $x>\sqrt{2}$，当 $g'(x)<0$ 时，$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$. 故函数 $g(x)$ 的单调递增区间是 $\left(-\infty,-\sqrt{2}\right]$ 和 $\left[\sqrt{2},+\infty\right)$；单调递减区间是 $\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$.

类题推荐12.2.1 易得，$f'(x)=2x-\frac{a}{x}$（$x>0$）， 因为曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线与 y 轴垂直， 所以 $f'(1)=2\times1-\frac{a}{1}=2-a=0$， 所以 $a=2$.

类题推荐12.2.2 易由（1）知，$f'(x)=2x-\frac{a}{x}=\frac{2x^2-a}{x}$，且 $x\in(0,+\infty)$. 当 $a\leqslant0$ 时，有 $f'(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立， 所以函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增； 当 $a>0$ 时，由 $f'(x)>0$，解得 $x>\frac{\sqrt{2a}}{2}$；由 $f'(x)<0$，解得 $0<x<\frac{\sqrt{2a}}{2}$， 所以，函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\sqrt{2a}}{2}\right)$ 上单调递减，在区间 $\left(\frac{\sqrt{2a}}{2},+\infty\right)$ 上单调递增. 综上述，当 $a\leqslant0$ 时，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增； 当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\sqrt{2a}}{2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{\sqrt{2a}}{2},+\infty\right)$ 上单调递增.

类题推荐12.2.3 由题意，方程 $f(x)=g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上有两个不相等的实数根 x_1，x_2 等价于 $x^2-a\ln x-(a-2)x=b$ 在 $(1,+\infty)$ 上有两个不相等的实数根 x_1，x_2. 不妨设 \(1<x_1a \)，只需证 $x_1+x_2>\frac{x_1^2+2x_1-x_2^2-2x_2}{\ln x_1+x_1-\ln x_2-x_2}$. 因为 \(1<x_1\left(x_1+x_2\right)\left(\ln x_1+x_1-\ln x_2-x_2\right) \)， 整理，得 $\ln x_1-\ln x_2<\frac{2(x_1-x_2)}{x_1+x_2}$，即证

$\ln\frac{x_1}{x_2}<\frac{2\left(\frac{x_1}{x_2}-1\right)}{\frac{x_1}{x_2}+1}$. 令 $\frac{x_1}{x_2}=t$，则 $t\in(0,1)$. 不妨设 $h(t)=\ln t-\frac{2(t-1)}{t+1}$，只需证 $h(t)<0$. 易得 $h'(t)=\frac{(t-1)^2}{t(t+1)}>0$， 所以函数 $h(t)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增， 所以 $h(t)<h(1)=0$. 故有 $x_1+x_2>a$.

类题推荐13.1 见解析

【解析】取BC的中点E，连接DE.

因为BC=2AD，所以AD=BE.

又因为AD//BC，所以四边形ABED是平行四边形.

因为∠ABC=90° 所以四边形ABED是矩形. 所以DE⊥BC.

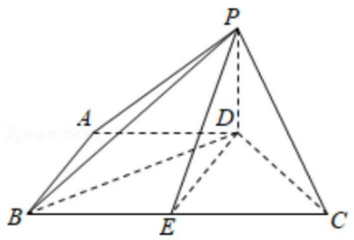
又∠BCD=45° 所以$DE=CE=\frac{1}{2}BC$.

所以ABCD是直角三角形，即BD⊥CD.

又PD⊥底面ABCD，BD⊂底面ABCD，所以BD⊥PD.

又PD，CD⊂平面PCD，且PD∩CD=D. 所以BD⊥平面PCD.

又PC⊂平面PCD，所以BD⊥PC.



类题推荐13.2 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

【解析】解法一：因为AD//BC，AD⊂平面PAD，BC⊄平面PAD，

所以BC//平面PAD.

设平面PAD和平面PBC的交线为l，则BC//l，

连接PE，因为DE⊥BC，且BC⊥PD

所以BC⊥平面PDE，所以l⊥平面PDE. 所以l⊥PD，l⊥PE

所以∠EPD是平面PAD和平面PBC所成二面角的平面角.

设AD=1，则BC=2，由(1)知DE=1，$DC=\sqrt{2}$.

又PC=BC，所以$PD=\sqrt{2}$.

在△PED中，∠PDE=90°，$PE=\sqrt{3}$，所以$\cos\angle EPD=\frac{PD}{PE}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

所以平面PAD和平面PBC所成的角(锐角)的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.

解法二：如图，以D为坐标原点，分别以DB，DC，DP所在直线为x轴，y轴，z轴建立空间直角坐标系D－xyz，

设AD=1，则BC=2，由(1)知DE=1，$DC=\sqrt{2}$，$DB=\sqrt{2}$.. 又PC=BC，所以$PD=\sqrt{2}$.

所以$B(\sqrt{2},0,0)$，$C(0,\sqrt{2},0)$，$P(0,0,\sqrt{2})$，$E\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$

所以$\overrightarrow{BC}=(-\sqrt{2},\sqrt{2},0)$，$\overrightarrow{PC}=(0,\sqrt{2},-\sqrt{2})$.

设平面PBC的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

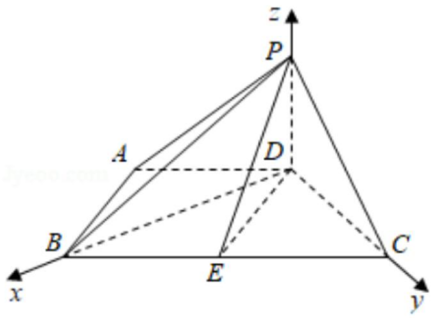
则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-\sqrt{2}x+\sqrt{2}y=0\\ \sqrt{2}y-\sqrt{2}z=0\end{cases}$，取x=1，则y=1，z=1，

所以平面PBC的一个法向量为$\vec{n}=(1,1,1)$.

又平面PAD的一个法向量为$\vec{m}=\overrightarrow{DE}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$，

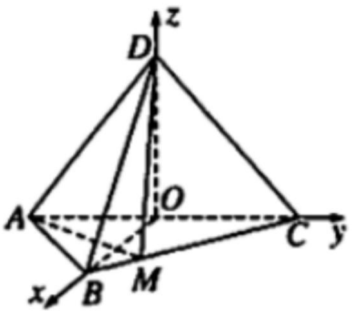
所以$\cos<\vec{m},\vec{n}>\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times 1}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

所以平面PAD和平面PBC所成的角(锐角)的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{3}$.



类题推荐13.1.1 取 AC 的中点 O，连接 OB，OD． 因为 $DA=DC$， 所以 $OD\perp AC$． 又因为平面 $ADC\perp$平面 ABC，且相交于 AC， 所以 $OD\perp$平面 ABC， 又 $OB\subset$平面 ABC， 所以 $OD\perp OB$， 因为 $AB^2+BC^2=AC^2$， 所以 $AB\perp BC$， 所以 $OB=OC$， 所以 $\triangle OBD\cong\triangle OCD$， 所以 $DB=DC$，且 M 为 BC 的中点， 所以 $BC\perp DM$.

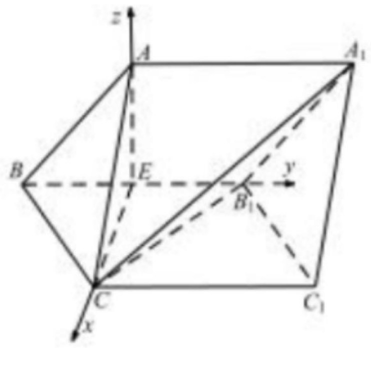
类题推荐13.1.2 如图，以 O 为坐标原点，OB 的方向为 x 轴正方向，OC 的方向为 y 轴正方向，OD 的方向为 z 轴正方向，建立空间直角坐标系，



由已知得 $A(0,-2,0)$，$C(0,2,0)$，$D\left(0,0,2\sqrt{3}\right)$，$\overrightarrow{AD}=\left(0,2,2\sqrt{3}\right)$，$\overrightarrow{DC}=\left(0,2,-2\sqrt{3}\right)$， 设 $M(a,2-a,0)(0\leqslant a\leqslant 2)$，则 $\overrightarrow{AM}=(a,4-a,0)$， 设平面 DAM 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$， 由 $\overrightarrow{AD}\cdot\vec{n}=0$，$\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$，得 $\begin{cases}2y+2\sqrt{3}z=0,\\ax+(4-a)y=0,\end{cases}$ 可取 $\vec{n}=\left(\sqrt{3}(a-4),\sqrt{3}a,-a\right)$， 设 DC 与平面 DAM 所成的角为 θ， 所以 $\sin\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{DC},\vec{n}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|2\sqrt{3}a+2\sqrt{3}a\right|}{4\sqrt{3(a-4)^2+3a^2+a^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$， 解得 $a=-4$（舍去）或 $a=\dfrac{4}{3}$， 则 $\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{8}{3},0\right)$， 所以 $AM=\left|\overrightarrow{AM}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{4}{3}\right)^2+\left(\dfrac{8}{3}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$.

类题推荐13.2.1 因为 $AE\perp$平面 BB_1C_1C， 所以 $AE\perp BB_1$， 又因为 $BE=\dfrac{1}{2}BB_1=1$，$BC=2$，$\angle EBC=\dfrac{\pi}{3}$， 所以 $CE=\sqrt{3}$， 因此 $BE^2+CE^2=BC^2$， 所以 $CE\perp BB_1$， 因此 $BB_1\perp$平面 AEC， 所以 $BB_1\perp AC$， 从而 $AA_1\perp AC$，即四边形 ACC_1A_1 为矩形.

类题推荐13.2.1 如图，以 E 为原点，EC，EB_1，EA 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，



所以 $A(0,0,1)$，$A_1(0,2,1)$，$B_1(0,1,0)$，$C\left(\sqrt{3},0,0\right)$． 平面 EB_1C 的法向量 $\vec{m}=(0,0,1)$，设平面 $A_1B_1C_1$ 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$， 由 $\vec{n}\perp\overrightarrow{CB_1}\Rightarrow-\sqrt{3}x+y=0\Rightarrow y=\sqrt{3}x$， 由 $\vec{n}\perp\overrightarrow{B_1A_1}\Rightarrow y+z=0$， 令 $x=1\Rightarrow y=\sqrt{3}$，$z=-\sqrt{3}$，即 $\vec{n}=\left(1,\sqrt{3},-\sqrt{3}\right)$， 所以 $\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\dfrac{-\sqrt{3}}{1\times\sqrt{7}}=-\dfrac{\sqrt{21}}{7}$， 所以二面角 $E-B_1C-A_1$ 的余弦值是 $-\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

类题推荐14.1 n=100

【解析】由题意得 $\frac{n}{1000}=\frac{45}{450}$，
解得n=100.

类题推荐14.2 见解析

【解析】2×2列联表为:

	选择“物理”	选择“地理”	总计
男生	45	10	55
女生	25	20	45
总计	70	30	100

$k=\frac{100\times(45\times20-25\times10)^2}{55\times45\times70\times30}\approx8.1289>6.635$
故有99%的把握认为选择科目与性别有关.

类题推荐14.3 见解析

【解析】从45名女生中分层抽样抽9名女生，所以这9女生中有5人选择“物理”，4人选择“地理”. 9名女生中再选择4名女生，则这4名女生中选择“物理”的人数X可为0，1，2，3，4.
设事件X发生的概率为P(X)，则$P(X=0)=\frac{C_4^4}{C_9^4}=\frac{1}{126}$，
$P(X=1)=\frac{C_5^1C_4^3}{C_9^4}=\frac{20}{126}=\frac{10}{63}$，
$P(X=2)=\frac{C_5^2C_4^2}{C_9^4}=\frac{60}{126}=\frac{10}{21}$，
$P(X=3)=\frac{C_5^3C_4^1}{C_9^4}=\frac{40}{126}=\frac{20}{63}$，
$P(X=4)=\frac{C_5^4}{C_9^4}=\frac{5}{126}$
所以X的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{126}$	$\frac{10}{63}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{20}{63}$	$\frac{5}{126}$

数学期望$E(X)=0\times\frac{1}{126}+1\times\frac{20}{126}+2\times\frac{60}{126}+3\times\frac{40}{126}+4\times\frac{5}{126}=\frac{20}{9}$.

类题推荐14.1.1 由已知得，样本中有“高中组”学生 60 名，“初中组”学生 40 名. 在“高中组”抽取的 60 名个体中，“周平均学习时间”分别落在区间 $[40,50)$，$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$ 的人数依次为：6，15，24，12，3. 所以高中部学生的“周平均学习时间”为
$(6\times45+15\times55+24\times65+12\times75+3\times85)\div60=63.5$（小时）.

类题推荐14.1.2 由频率分布直方图可知，在抽取的 100 名学生中，“高中组”中“学霸”人数为 $60\times0.25=15$（人），“初中组”中“学霸”人数为 $40\times0.375=15$（人），据此可得 2×2 列联表如下：

	学霸	非学霸	合计
高中组	15	45	60
初中组	15	25	40
合计	30	70	100

所以得

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{100\times(15\times 25-15\times 45)^2}{60\times 40\times 30\times 70}=\frac{25}{14}\approx 1.79.$$

因为 $1.79<2.706$，所以没有 90% 的把握认为“学霸”与学生所在的年级组有关.

类题推荐14.1.3 由已知，样本中“周平均学习时间”不足 50 小时的学生中，“高中组”学生有 $60\times 0.10=6$（人），“初中组”学生有 $40\times 0.05=2$（人），所以，$X\in\{0,1,2\}$. 所以 $P(X=0)=\frac{C_2^0C_6^3}{C_8^3}=\frac{5}{14}$，$P(X=1)=\frac{C_2^1C_6^2}{C_8^3}=\frac{15}{28}$，$P(X=2)=\frac{C_2^2C_6^1}{C_8^3}=\frac{3}{28}$. 所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

所以 $E(X)=1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{3}{28}=\frac{3}{4}$.

类题推荐14.2.1

	善于使用学案	不善于使用学案	总计
学习成绩优秀	40	10	50
学习成绩一般	20	30	50
总计	60	40	100

类题推荐14.2.2 由上表可得：$K^2=\frac{100\times(40\times 30-20\times 10)^2}{50\times 50\times 60\times 40}=16.667>10.828$， 故有 99.9% 的把握认为学生的学习成绩与对待学案的使用态度有关.

类题推荐14.2.3 利用分层抽样的方法抽出成绩优秀的同学 4 人，成绩一般的同学 2 人. 从这 6 人中随机抽出的 3 人中学习成绩优秀的人数 X 可取值 1，2，3. $P(X=k)=\frac{C_4^kC_2^{3-k}}{C_6^3}$， 则 $P(X=1)=\frac{1}{5}$，$P(X=2)=\frac{3}{5}$，$P(X=3)=\frac{1}{5}$. 其分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2$.